FIA 1502-1 "Órdenes de Magnitud..." Prof. A. Reisenegger

Solución / Pauta I 1

Problema 1

No es posible formar una combinación adimensional sólo entre la frecuencia $\underline{\underline{\omega}}$ $[(\text{tiempo})^{-1}]$ y la longitud de onda $\underline{\underline{\lambda}}$ [longitud], por lo tanto necesitamos por lo menos una constante o variable adicional.

Las olas existen porque la gravedad tiende a "aplanar" cualquier "montículo" en la superficie del mar, por lo tanto $\underline{\underline{g}}$ $\left[\frac{L}{T^2}\right]$ es una elección obvia. Con estas 3 variables ya podríamos construir la combinación adimensional $\Pi = \frac{\omega^2 \lambda}{g}$. Si son las únicas relevantes, tenemos la relación

$$\boxed{\omega \sim \sqrt{\frac{g}{\lambda}}}$$

(notar analogía con el péndulo simple).

Otras variables posiblemente (pero no tan obviamente) relevantes son:

- la densidad del agua ρ_{agua} $\left[\frac{M}{L^3}\right]$
- la tensión superficial del agua $\sigma_{agua}\left[\frac{\text{energía}}{\text{área}}\right] = \left[\frac{M}{T^2}\right]$
- la viscosidad cinemática del agua ν_{agua} $\left[\frac{L^2}{T}\right]$
- la densidad del aire ρ_{aire} $\left[\frac{M}{L^3}\right]$
- la amplitud de las olas A $[L]$

ρ_{agua}, σ_{agua}, ó ρ_{aire} sólo pueden entrar si por lo menos 2 de ellas están, dado que introducen la dimensión "nueva" M.

(De hecho, ρ_{agua} y σ_{agua} son más importantes que g en ondas de muy pequeño λ, pero que no son las relevantes para mover un barco.)

Considerando "sólo las variables estrictamente necesarias" como decía el enunciado, tenemos por lo tanto $\omega \sim \sqrt{\frac{g}{\lambda}}$.

Una ola "típica" puede tener $\lambda \sim 10\,m$, luego

$$\omega \sim \sqrt{\frac{10\,\frac{m}{s^2}}{10\,m}} \sim 1\,s^{-1} \Rightarrow P \sim \frac{2\pi}{\omega} \sim 6\,s,$$

lo cual es "razonable".

La relación $v = \frac{\lambda\omega}{2\pi}$, escrita por algunos alumnos, no nos permite obtener $\omega(\lambda)$, ya que v (la velocidad de las ondas) tampoco es conocida "a priori". Pero es interesante evaluar

$$v = \frac{\lambda\omega}{2\pi} \sim \frac{\sqrt{g\lambda}}{2\pi}$$

$\Rightarrow$ las ondas más largas viajan más rápido.

Para los números anteriores,

$$v \sim \frac{\sqrt{10\,\frac{m}{s^2} \times 10\,m}}{6} \sim \frac{1}{6}\,\frac{m}{s} \sim 20\,\frac{cm}{s}.$$

Puntuación:

- Dimensiones o unidades de ω (ó $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$) y λ : 1p.
- Identificar g como variable relevante : 1p.
  (no quita ni agrega puntaje poner otras)
- Obtener $\omega \sim \sqrt{\frac{g}{\lambda}}$: 2p.
- Dar números "razonables" para λ, ω : 1p.
- Evaluar $\omega \sim \sqrt{\frac{g}{\lambda}}$ y comparar : 1p.

Problema 2:

(a) El flujo de radiación solar sobre el piso o sobre una hoja de papel es equivalente al que produce una ampolleta potente (~ 100 W) a pocos cm de distancia, es decir,

$$F_a \sim \frac{100 \text{ W}}{4\pi \times (10 \text{ cm})^2} \sim 0.1 \frac{\text{W}}{\text{cm}^2}$$

(b) La Luna recibe $\approx$ el mismo flujo solar que la Tierra y lo refleja ~~hacia éstos~~ en

distintas direcciones, en 1 hemisferio.

El flujo de la Luna cae como $\frac{1}{r^2}$, por lo tanto el flujo recibido en la Tierra es

$$F_b \sim F_a \left(\frac{R_{Luna}}{d_{Tierra-Luna}} \right)^2$$

La razón $\theta \equiv \frac{R_{Luna}}{d_{Tierra-Luna}}$ es el ~~diámetro~~ radio angular de la Luna, que corresponde ≈ ~~al~~ ~~de la~~ a la mitad del tamaño de la uña de mi dedo pulgar, con el brazo extendido, $\theta \sim \frac{\frac{1}{2}\text{ cm}}{60\text{ cm}} \sim 10^{-2}$ ["rad"]

$$\Rightarrow \quad F_b \sim 10^{-4} F_a \sim 10^{-5} \frac{W}{cm^2}$$

Otra manera de obtenerlo es por "experiencia". Con Luna llena se alcanza a leer, aunque con dificultad. Esto mismo se logra con una ampolleta a ~ 10 m. Por lo tanto,

$$F_b \sim \frac{100\text{ W}}{4\pi(10\text{ m})^2} \sim 10^{-5} \frac{W}{cm^2}$$

(c) Noche sin Luna (pero con estrellas) ~ Ampolleta a 1 cuadra (~ 100 m)

$$F_c \sim \frac{100\text{ W}}{4\pi(100\text{ m})^2} \sim 10^{-7} \frac{W}{cm^2}$$

(d) Si afuera hay Sol, un hoyito en la pared de 1 mm de diámetro es suficiente para ver "algo" en una habitación de ~ 10 m de diámetro. El flujo en la pared opuesta es

$$F_d \sim F_a \left(\frac{1\ \text{mm}}{10\ \text{m}} \right)^2 \sim F_a \times 10^{-8}$$

$$\sim 10^{-9}\ \frac{\text{W}}{\text{cm}^2}$$

(e) El flujo disminuye $\propto \frac{1}{r^2}$, por lo tanto

$$F_e \sim F_a \left(\frac{d_{\text{Tierra-Sol}}}{R_{\text{Sol}}} \right)^2 \sim F_a \left(\begin{array}{c} \text{tamaño angular} \\ \text{del Sol} \end{array} \right)^{-2}$$

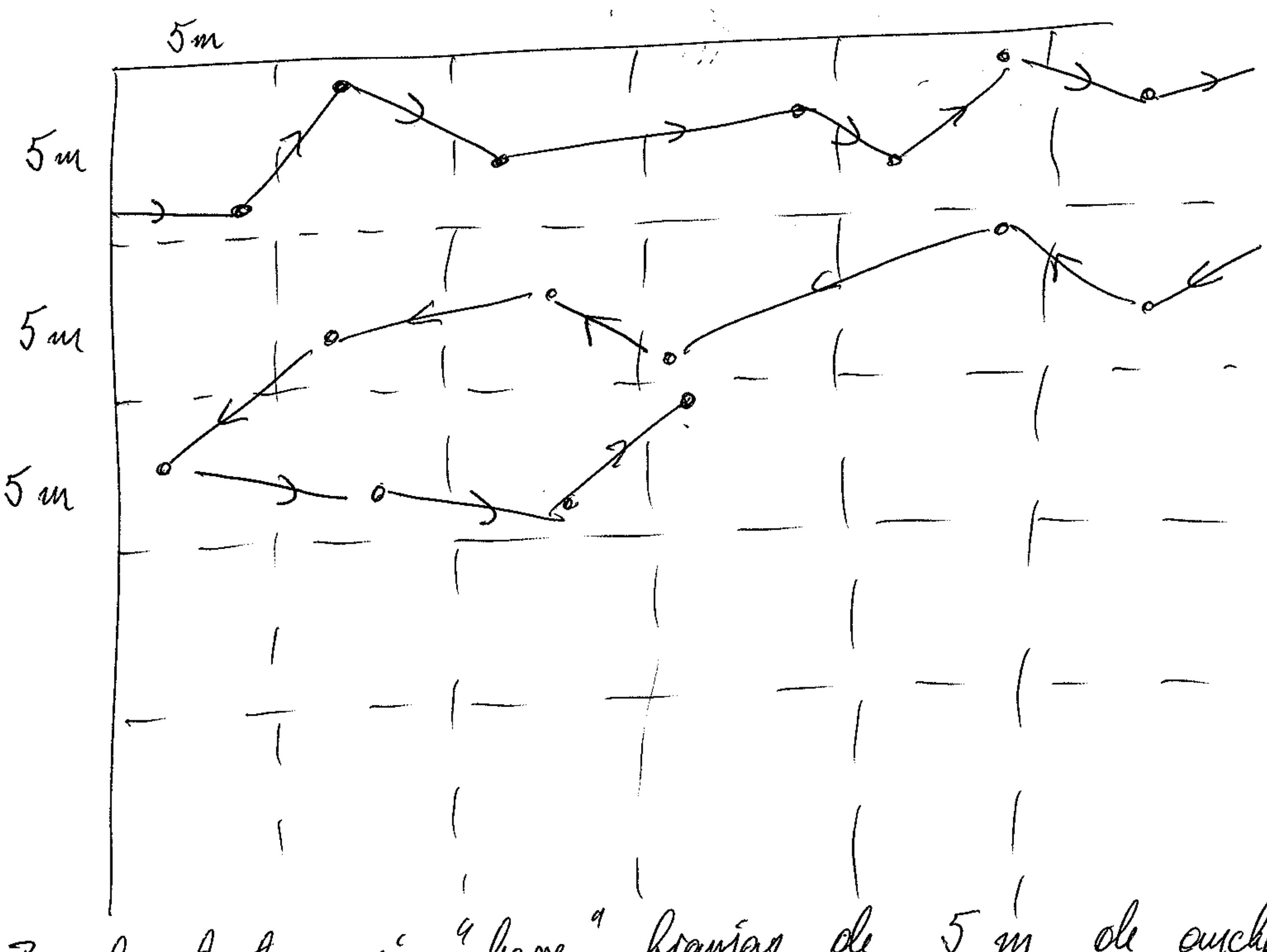
$$\sim F_a \left(\begin{array}{c} \text{tamaño angular} \\ \text{de la Luna} \end{array} \right)^{-2} \sim 10^{+4} F_a$$

$$\sim 10^3\ \frac{\text{W}}{\text{cm}^2}$$

<u>Puntuación</u>: 1,2 por cada parte. <u>Debe</u> haber resultados numéricos (cgs, MKS o mixtos) con unidades, dentro de un factor ~10 del resultado correcto (puede ser menos preciso en (c) y (d)).

Problema 3

En una aproximación gruesa, la cancha mide $(100\,m)^2$, por lo tanto hay 1 hoja en cada cuadrado de lado $\frac{100\,m}{\sqrt{400}} \sim \frac{100\,m}{20} \sim 5\,m$.



Por lo tanto, si "barre" franjas de 5 m de ancho, normalmente no se va a desviar mucho más de 45° de su "ruta".

Por lo tanto, ~~las distanci~~ el camino total recorrido es $\sim \underset{\substack{\uparrow \\ \text{corrección} \\ \text{por línea} \\ \text{no recta}}}{2} \times \underset{\substack{\uparrow \\ \text{largo de} \\ \text{cada} \\ \text{franja}}}{100\,m} \times \underset{\substack{\uparrow \\ \text{\# de franjas}}}{\frac{100\,m}{5\,m}} \sim 4000\,m$

A una velocidad de $1\,\frac{m}{s}$, son $4000\,s \sim 1$ horas.

En forma simbólica, llamando L al "lado" de la cancha, N al número de hojas, y v a la velocidad del corrector, resulta el tiempo

$$\boxed{t \sim \frac{2L\sqrt{N}}{v} \sim \frac{2 \times 100\,m \times 20}{1\,\frac{m}{s}} \sim 4000\,s \sim 1\,hr}$$

<u>Importante</u>:

- Estrategia clara ("óptima") para recoger las hojas.
- Resultado debe ser dimensionalmente consistente.