FIA : 1502-1

SEMESTRE 2010/1

TAREA 2

PROF. A. REISENEGGER.

AYUD. G. MORALES.

FECHA: 7 DE ABRIL

NOMBRE: GUSTAVO AGUILAR.

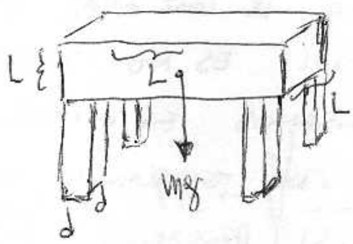
P1	7,0
P2	7,0
P3	7,0
P4	5,0
P5	7,0

'ÓRDENES DE MAGNITUD EN EL MUNDO FÍSICO'

6,6

(1) SABEMOS QUE $P = \frac{F}{A}$; SIENDO P LA PRESIÓN, F LA FUERZA NETA SOBRE ALGÚN ÁREA A.

"APROXIMEMOS" O MÁS BIEN PENSEMOS QUE UN ANIMAL LO PODEMOS VISUALIZAR COMO UNA CAJA.



LUEGO VEMOS QUE $F = mg$. AHORA SI BIEN ESCOGEMOS LA PRESIÓN EJERCIDA EN 'UNA' DE LAS PATAS, SE TOMARÁ ENTONCES $A \sim d^2$

CON ELLO PODRÍAMOS DECIR QUE EXISTE UN CIERTO $P_{MÁX}$ QUE NOS ACOTE EL PROBLEMA, EN CUYO CASO DEBE EXISTIR UN $A_{mín}$.

$$\Rightarrow P_{máx} \sim \frac{mg}{d^2_{mín}}$$

De lo anterior es evidente pensar que si existe un d^2_{min}

$$\Rightarrow \quad d^2_{máx} \geq d^2_{mín} \propto \frac{m}{P_{máx}}$$

Como la masa podemos escalarla como: $m \propto V$

V, es el volumen del cuerpo; como en nuestro caso tenemos que nuestro animal tendrá un volumen de L^3.

$$\Rightarrow \quad \frac{m}{P_{máx}} \propto \frac{V}{P_{máx}} \propto L^3$$

o mejor

$$d^2_{mín} \propto L^3$$

- Con ello podemos darnos cuenta de que la dependencia del grosor de las patas del animal es no trivial al largo de las patas. Es decir si pensamos en un gato y a este aumentamos su peso 5 veces, no tendríamos una pata 5 veces su grosor. O más real aún, si pensamos en un cachorro cuyo peso es de 1 kg, este cuando cambia su peso no varía su grosor de patas de manera 'trivial'. Por lo tanto es fácil notar que este 'modelo' no es aplicable para animales pequeños y chicos.
Para animales más grandes este modelo tendría sentido ya que si no se tuviera el suficiente grosor este con su propio peso colapsaría y caería.

León: masa: 150 ~ 250 kg

Diámetro de pata (o grosor) ~ 15 cm

Fuente: Wikipedia.

Ole.

, con ello vemos que sí es congruente con lo obtenido

$$\frac{T^2}{B^3} = K \; ; \quad \begin{array}{l} T: \text{ PERÍODO} \\ B: \text{ SEMI-EJE MAYOR} \\ K: \text{ CONSTANTE.} \end{array}$$

- NATURALMENTE DE ACUERDO A LA 3° LEY DE KEPLER PODEMOS DARNOS CUENTA DE QUE EL PERÍODO^2, ES PROPORCIONAL AL SEMIEJE^3. POR LO TANTO ES UNA RELACIÓN DE ESCALAMIENTO, ADEMÁS EL COMPORTAMIENTO DE ESTO LO PODEMOS PENSAR COMO UN ESCALAMIENTO GEOMÉTRICO.

- LUEGO PARA CALCULAR LA DISTANCIA MÁXIMA DEL COMETA HALLEY CON RESPECTO DEL SOL. CALCULAREMOS K.

$18 \cdot 18 \cdot 18$
$324 \cdot 18$
2592
324
5832

$$\begin{array}{l} T \approx 1 \text{AÑO} \\ B \approx 1 \text{UA} \end{array} \Rightarrow K \sim \frac{1 \text{ AÑO}^2}{1 \text{ UA}^3}$$

LUEGO $B_H \sim \sqrt[3]{\frac{76^2 \text{ AÑO}^2}{K}} \sim \sqrt[3]{\frac{5776 \text{ AÑO}^2}{1 \frac{\text{AÑO}^2}{\text{UA}^3}}} \sim 18 \text{ UA}$

NOTA: HEMOS CONSIDERADO QUE LA ÓRBITA DEL HALLEY ES 'MAS O MENOS' PARECIDAS A LA DE LOS PLANETAS.

↳ ¿a qué te refieres? Las leyes de Kepler valen para órbitas de cualquier excentricidad. Por otro lado $e_{com} \sim 0,97$ (muy elíptica) por lo tanto el afelio (dist. máxima) es $d_{MAX} \lesssim 2B$. ⟶

ⓐ VARIABLES Y/O CONSTANTES RELEVANTES DEL LANZAMIENTO DE PROYECTIL.

$[\theta] \to 1$

$[V_0] \to L/T$

$[D] \to L$

$[g] \to L/T^2$

$\cancel{[t] \to T}$

$\cancel{[M] \to M}$

EN ESTE CASO LA MASA NO PUEDE INCLUIR YA QUE NO TENEMOS VAR. PARA CONSTRUIR UN GRUPO ADIMENSIONAL, EL TIEMPO TAMPOCO YA QUE SI PENSAMOS LA DISTANCIA MÁXIMA NO DEPENDE DEL TIEMPO

D: DISTANCIA HORIZONTAL MÁXIMA.

=) USAMOS EL ANÁLISIS ADIMENSIONAL.

$$\Pi_1 = \frac{D \cdot g}{V_0^2} \quad ; \quad \text{VERIFICAMOS} \quad [\Pi_1] = \frac{L \cdot \frac{L}{T^2}}{\frac{L^2}{T^2}} = 1.$$

$$\Pi_2 = \theta.$$

LUEGO FORMAMOS:

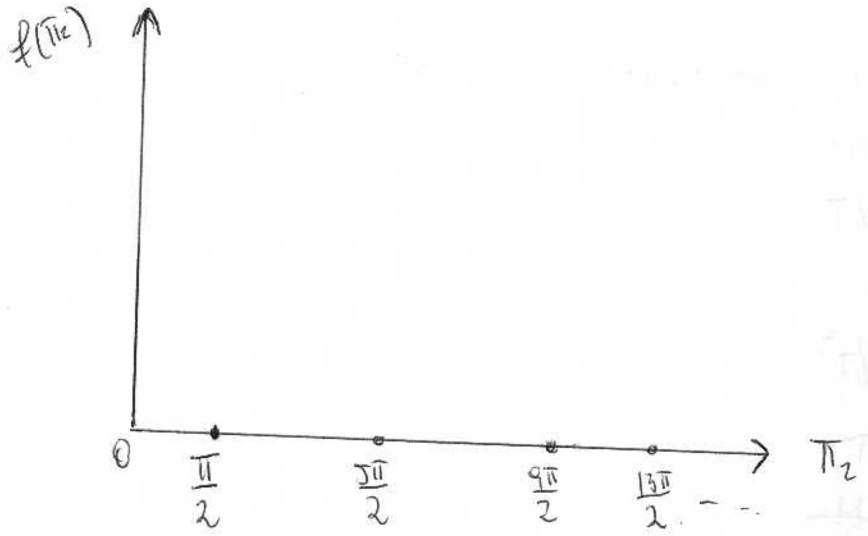
$$\Pi_1 = f(\Pi_2)$$

- CASOS ESPECIALES:

* CONSIDEREMOS QUE PARA $\theta = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ EL PROYECTIL NO AVANZA (HORIZONTALMENTE), ES DECIR:

- $f\left(\frac{\pi}{2} + 2k\pi\right) = 0$

- $f(0) = 0$; YA QUE EL DESPLAZAMIENTO HORIZONTAL SOBRE LA SUPERFICIE NO MODELA NUESTRO PLANTEAMIENTO.



¿ QUÉ FUNCIÓN PASA POR 'K' PUNTOS ?

- POLINOMIO
- ESPECIE DE VALOR ABSOLUTO
- TRIGONOMÉTRICA

* ES EVIDENTE QUE EL PROBLEMA FÍSICO ES ALGO SUAVE ('ARMÓNICO'), POR LO TANTO ~~DEBE~~ SER UNA FUNCIÓN TRIGONOMÉTRICA.

$f(x) = \sin(2x)$; LA QUE MEJOR AJUSTA.
(NO PUEDE SER $\cos(x)$, PORQUE 0 NO ES SOLUCIÓN.)

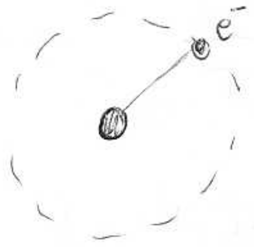
$$\therefore \quad \frac{D \cdot g}{v_0^2} = \sin(2\theta)$$

$$\Rightarrow D_{máx} = \frac{v_0^2 \sin(2\theta)}{g}.$$

7,0

PARA DETERMINAR EL RADIO DEL ÁTOMO DE HIDRÓGENO, CONSIDERAMOS LAS SIGUIENTES VARIABLES RELEVANTES:
y CONSTANTES

$[r_H] \rightarrow L$



$[m_e] \rightarrow M$

$[q_e] \rightarrow Q$

CON ESTO NO PODRÍAMOS FORMAR GRUPOS ADIMENSIONALES, ENTONCES LA PREGUNTA QUE NOS HACEMOS SERÍA. ¿QUÉ CONSTANTES SERÍAN ÚTILES Y MÁS RELEVANTES PARA FORMAR DICHOS GRUPOS?. DEBEMOS TENER EN CUENTA QUE DEBE TENER 'Q, M L'.
NOTEMOS QUE LA CONSTANTE COULOMBIANA (K) TIENE UNIDADES DE ~~CARGA TIEMPO INVOLUCRADA Y MASA~~ MASA, DISTANCIA (LONGITUD), CARGA Y TIEMPO.
LO CUAL AHORA PODEMOS PENSAR EN h (CTE DE PLANCK).
ESTO ES 'EVIDENTE' DADO QUE DEPENDE DE UN SISTEMA PEQUEÑO Y 'ELÉCTRICO'.

$$\Rightarrow \quad [k] \rightarrow \frac{M \cdot L^3}{Q^2 \cdot T^2}$$

$$[h] \rightarrow \frac{M \cdot L^2}{T}$$

FORMAMOS UN GRUPO DADO QUE POR TEO. DE Π BUCK.

$$\begin{array}{rl} 5 & \text{VAR y CTES} \\ -\ 4 & \text{DIM.} \\ \hline 1 & \text{GRUPO ADIM.} \end{array}$$

$$\Rightarrow \quad \Pi_1 = \frac{r_H \cdot m_e \cdot Q_e^2 \cdot K}{h^2}$$; VERIFICAMOS UNIDADES.

$$[\Pi_1] = \frac{\cancel{L} \cdot \cancel{M} \cdot \cancel{Q^2} \cdot \dfrac{\cancel{M} L^3}{\cancel{T^2} \cancel{Q^2}}}{\dfrac{\cancel{M^2} \cdot L^4}{\cancel{T^2}}} = 1.$$

$$\Rightarrow \quad \frac{r_H \cdot m_e \cdot q_e^2 \cdot K}{h^2} = 1$$

Finalmente.

$$r_H = \frac{h^2}{q_e^2 \cdot m_e \cdot K}.$$

7,2

c) Hoyo negro:

Constantes y variables relevantes a usar para determinar el radio:

$[M] \rightarrow M$.

$[r_B] \rightarrow L$

$[G] \rightarrow \dfrac{L^3}{T^2 M}$; Esto lo podemos deducir por ser un objeto masivo. y por atracción gravitacional.

$[C] \rightarrow \dfrac{L}{T}$; porque a un cierto radio la luz no escapa del campo.

Tenemos 4 var. y 3 dimensiones, lo cual nos da que por teo. de Π de Buck.

$4-3 = 1$ grupo adim.

$\therefore \quad \Pi_1 = \dfrac{r_B \cdot c^2}{G \cdot M} \quad ; \quad \Pi_2 = 1$

$\Rightarrow \boxed{r_B = \dfrac{G \cdot M}{c^2}}$ Radio de Schwarzschild. (Salvo por un factor 2).

7,0

~~LA~~ LA SIGUIENTE TABLA DE DATOS REPRESENTA LA RELACIÓN DEL 'RADIO' DE LA BOMBA V/S TIEMPO
DIÁMETRO.

TIEMPO (s)	DIÁMETRO (m)
10^{-4}	20,0
$2,4\cdot10^{-4}$	37,5
$4\cdot10^{-4}$	50,0
$5\cdot10^{-4}$	60,0
$6,6\cdot10^{-4}$	62,5
$8\cdot10^{-4}$	67,5
$0,94\cdot10^{-4}$	72,5
10^{-3}	75,0
$1,2\cdot10^{-3}$	80,0
$1,3\cdot10^{-3}$	85,0
$1,5\cdot10^{-3}$	87,5
$1,6\cdot10^{-3}$	90,0
$1,8\cdot10^{-3}$	92,5
$2\cdot10^{-3}$	97,5

* ~~EN EL PARA~~
ANALIZANDO LOS DATOS, PODEMOS VER QUE ES UNA RELACIÓN LINEAL, SIN EMBARGO LA FÍSICA DEL PROBLEMA NO MODELA DICHA REPRESENTACIÓN. MÁS BIEN UN LOGARITMO PODRÍA AJUSTAR ESTE COMPORTAMIENTO Y NO SE SABE QUE 'OCURRIRÁ' 'APROX', USAREMOS LA FORMA LINEAL POR SIMPLICIDAD EN EL CÁLCULO. r(t) sale natural del A.D.

$$\Rightarrow \quad D(t) = at + b$$

USANDO EL PRIMER DATO Y EL ÚLTIMO

$$\left.\begin{array}{l} 20 = a \cdot 10^{-4} + b \\ 100 = a \cdot 2 \cdot 10^{-3} + b \end{array}\right\} \text{RESOLVIENDO EL SISTEMA}$$

$$\Rightarrow \quad a \approx 4 \cdot 10^{4}$$

$$b \approx 20$$

LUEGO $\boxed{D(t) = 4 \cdot 10^{4} t + 20}$

AHORA BIEN, PARA ENCONTRAR LA ENERGÍA DE LA EXPLOSIÓN, CONSIDEREMOS LAS SIGUIENTES VARIABLES Ó CTES RELEVANTES:

$[E] \rightarrow J \rightarrow \frac{M \cdot L^2}{T^2}$

$\cancel{[M]} \rightarrow M$; ENTRE MAYOR MASA DE MATERIAL RADIACTIVO MAYOR ENERGÍA

$\left.\begin{array}{l} [D]_{\text{DIÁMETRO.}} \rightarrow L \\ [t] \rightarrow T \end{array}\right\}$ RELACIÓN "SEGÚN PROBLEMA". Y ρ_{AIRE}?

$\left.\begin{array}{l} \cancel{[k]} \rightarrow \text{CONSTANTE DE BOLTZMANN} \quad J/K \\ \cancel{[T]} \rightarrow K \end{array}\right\}$ NO ES NECESARIO USARLOS DADO QUE E PODRÍA CONTENER A AMBOS

$\Rightarrow$ TENEMOS 4 VAR. RELEVANTES CON 3 DIMENSIONES, LO CUAL NOS DA QUE TENEMOS 1 GRUPO ADIM.

$$\Pi_1 = \frac{E \cdot t^2}{r^2 \cdot M} \quad ; \quad \Pi_1 = 1 \quad ; \quad \text{DATO DEL PROBLEMA.}$$

ES DECIR;

$$E = \frac{m D^2}{t^2} \underset{\text{REEMPLAZANDO}}{\sim} \frac{m}{t^2}\left(4\cdot 10^4 t + 20\right)^2$$

$$\sim \frac{m}{t^2}\left(16\cdot 10^8 t^2 + 160\cdot 10^4 t + 400\right)$$

$$\sim m \cdot 10^9 \ [J]$$

(USANDO UNA MASA EN kg.)

ESTIMACIÓN DE LA MASA DEL RADIACTIVO:

SI LA BOMBA ES DE ACERO, DONDE EL ACERO POSEE ALTA DENSIDAD Y CUYAS DIMENSIONES SON APROX. 2m x 1m x 0,5m

$V \sim 1 m^3$ $\Rightarrow$ $M \sim 5.000 kg$

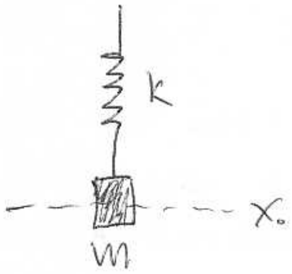
LA $\rho_A \sim 5.000 \frac{kg}{m^3}$

LUEGO LA MASA DEL RADIACTIVO DEBE SER DEL ORDEN NO MÁS DE 10^2. PORQUE 10^3 ES MUCHO Y 10 ES MUY PO (CREO).

$\therefore$ $m \sim 10^2$ kg.

$\therefore$ $E \sim 10^{11}$ J.

OBTENER LA POSICIÓN EN FUNCIÓN DEL TIEMPO DE UN OSCILADOR ARMÓNICO SIMPLE.



LAS VARIABLES / CONSTANTES RELEVANTES SON O PODRÍAN SER, LA MASA, LA CONSTANTE ELÁSTICA, POSICIÓN, LA AMPLITUD, TIEMPO. LA FRECUENCIA ANGULAR EN ESTE CASO NO SE INCLUIRÁ YA QUE PUEDE SER ESCRITA COMO COMBINACIÓN DE K Y m.

$\Rightarrow$ USANDO ANÁLISIS ADIMENSIONAL

$[m] \to M \qquad A \to L$

$[k] \to \dfrac{M}{T^2} \qquad [t] \to T$

$[X] \to L$

TENEMOS 5 VARIABLES Y 3 DIMENSIONES.

$5-3=2$ GRUPOS ADIMENSIONALES.

$\Pi_1 = \dfrac{X}{A} \quad ; \quad \Pi_2 = \dfrac{t \cdot \sqrt{K}}{\sqrt{m}}$

✓ Ok.

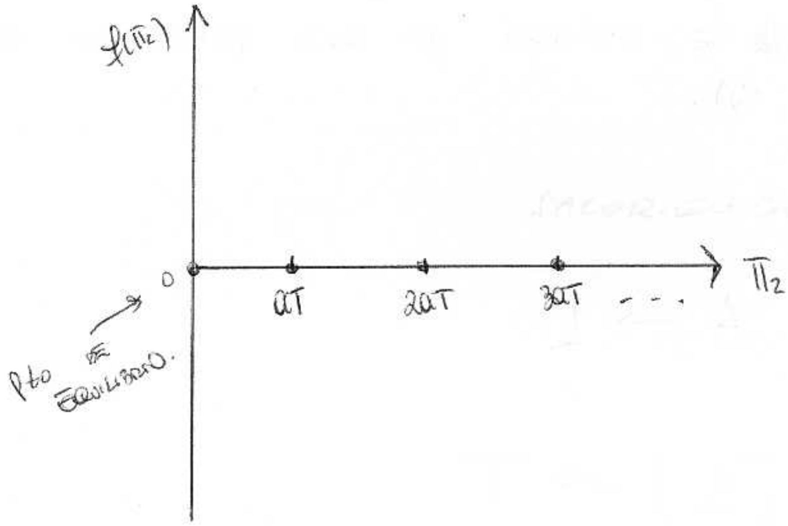
La idea era un problema original pero ↪

LUEGO $\Pi_1 = f(\Pi_2)$

CASOS ESPECIALES:

→ SI PENSAMOS EN EL PROBLEMA FÍSICO: EN EL PUNTO DE EQUILIBRIO TENDREMOS QUE LA MASA PASARÁ A UN PERÍODO T, ES RAZONABLE PENSAR ENTONCES QUE ÉSTE VOLVERÁ A PASAR EN $2T$, $3T$, ETC.

∴ SE TENDRÁ LO SGTE:



¿QUÉ FUNCIÓN SE 'ADHIERE' O SE AJUSTA MEJOR AL PROBLEMA?

→ AL IGUAL QUE ~~PARA~~ EL ANÁLISIS DE 3.a NOS DAMOS CUENTA DE QUE DEBE SER UNA FUNCIÓN TRIGONOMÉTRICA EN ESTE CASO AJUSTA MEJOR UN COS Y UN SIN.

$$\Rightarrow f(\Pi_2) = \cos\left(t\frac{\sqrt{k}}{\sqrt{m}}\right)$$; DEFINIMOS $\sqrt{\frac{k}{m}} = \omega_0$ COMO LA FRECUENCIA ANGULAR.

∴ $X(t) = A\cos(\omega_0 t)$

* COMENTARIO: QUÉ "MÁGICO" EL ANÁLISIS DIMENSIONAL!!, JA! :)