FIA 1502-1

SEMESTRE 2010-1

TAREA 3

NOMBRE: NAOTO AGUILAR M.

FECHA: ABRIL 26 2010

P1	6,5
P2	7,0
P3	7,0
P4	3,0
P5	7,0

PROF: A. REISENEGGER.

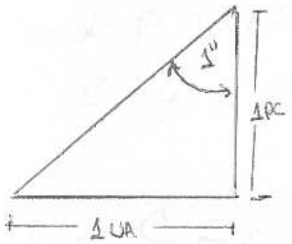
AYUD: GUSTAVO MORALES.

6,1

PROBLEMA 1: SE DEFINE COMO LA DISTANCIA A LA QUE UNA UNIDAD ASTRONÓMICA (UA) SUBTIENDE UN ÁNGULO DE 1 SEGUNDO (1'') [FUENTE: WIKIPEDIA].

(a)

DIBUJO:



TENEMOS $Tg(1'') = \frac{1UA}{1PC}$

$$1'' \rightarrow \frac{1'}{60} \rightarrow \frac{1^\circ}{3600} \Rightarrow 1'' \sim 2{,}7\cdot 10^{-4\,\circ} \quad ; \quad Tg(1'') \sim 4{,}7\cdot 10^{-6}.$$

$$\therefore \quad 1PC \approx \frac{1UA}{Tg(1'')} \approx \frac{1{,}5\cdot 10^{11} m}{4{,}7\cdot 10^{-6}} \approx 3\cdot 10^{16} m$$

7,0

(b) $[H_0] \rightarrow \frac{L}{L\cdot T} \rightarrow \frac{1}{T}$; TIENE UNIDADES DE $1/T$ = DE FRECUENCIA.

SABEMOS $H_0 \approx \frac{70 km}{s\cdot Mpc} \approx \frac{7\cdot 10^{4} m}{3\cdot 10^{22} m\cdot s} \approx 2{,}3\cdot 10^{-18}\frac{1}{s}.$

7,0

LUEGO;

$$\frac{1}{H_0} \approx \frac{1}{2{,}3}\cdot 10^{18} s \approx 5\cdot 10^{17} s \approx \frac{5\cdot 10^{17} \text{AÑOS}}{3600\cdot 24\cdot 365} \approx \underbrace{1{,}5\cdot 10^{10} \text{AÑOS}}$$

PODRÍA SIGNIFICAR LA EDAD DEL UNIVERSO.

(C)

SEGÚN EL TEOREMA, NECESITAMOS 3 CONSTANTES FUNDAMENTALES.
→ CONSIDEREMOS ; MASA, LONGITUD Y TIEMPO ; 3 DIMENSIONES. LO CUAL SI QUEREMOS CONSTRUIR SÓLO 1 GRUPO ADIMENSIONAL, TENEMOS QUE:

G, C y $\hbar$ PODRÍAN SER CANDIDATOS.

$$[G] \to \frac{L^3}{M \cdot T^2} \quad ; \quad [C] \to \frac{L}{T} \quad ; \quad [\hbar] \to \frac{M \cdot L^2}{T}$$

$$[\tau] \to \frac{1}{T} \; ; \; \text{"VARIABLE PEDIDA"}.$$

LUEGO DE TENER ESCOGIDAS NUESTRAS CONSTANTES RELEVANTES

4 'VAR Y CONSTANTES' RELEVANTES
− 3 DIMENSIONES
1 GRUPO ADIM.

⇒ HACEMOS $$\left[\frac{1}{T}\right] = \left[\hbar^{\alpha} \cdot C^{\beta} \cdot G^{\mu}\right]$$

$$= \left[M^{\alpha-\mu} \cdot L^{3\mu+\beta+2\alpha} \cdot T^{-2\mu-\beta-\alpha}\right]$$

LUEGO PARA QUE HAYA CONSISTENCIA TENEMOS EL ~~SOTE~~ SISTEMA:

$$\alpha - \mu = 0 \Rightarrow \alpha = \mu.$$
$$3\mu + \beta + 2\alpha = 0 \Rightarrow 3\mu + \beta + 2\mu = 0$$
$$-2\mu - \beta - \alpha = -1 \quad (+)$$

$$\Rightarrow 2\mu = -1$$
$$\mu = \frac{-1}{2} \; ; \; \alpha = \frac{-1}{2} \; ; \; \beta = \frac{5}{2}.$$

LUEGO $$\tau = \sqrt{\frac{c^5}{\hbar \cdot G}}$$; LO QUE CORRESPONDE AL TIEMPO DE PLANCK (INVERSO).

$$t_P = \sqrt{\frac{\hbar \cdot G}{c^5}}$$ números? comprobación?

5,0

* $[l] \to L$; EN ESTE CASO USARÉ C, CREO QUE ES LA MÁS APROPIADA. (CONSTANTE).

$[H_0] \to \frac{1}{T}$

$$\Rightarrow \quad [L] \Rightarrow [H_0^{\alpha} \cdot C^{\beta}]$$
$$= [T^{-\alpha-\beta} \cdot L^{\beta}]$$

lo cual el sistema queda:

$$-\alpha-\beta=0$$
$$\beta=1 \Rightarrow \alpha=-1.$$

$$\therefore \quad l = \frac{C}{H_0} \sim \frac{3\cdot 10^{8} \frac{m}{s}}{2{,}3\cdot 10^{-18}\, 1/s} \sim 1{,}3\cdot 10^{26}\, m$$

NO CONOZCO ESTA CIFRA, ES DE SUPONER QUE ES EL 'RADIO' DEL UNIVERSO POR SU MAGNITUD.

*

$[\rho] \to \frac{M}{L^3}$; G ES LA CONSTANTE APROPIADA PARA CONSTRUIR EL GRUPO ADIMENSIONAL.

$[H_0] \to \frac{1}{T}$

$$[G] \to \frac{L^3}{M\cdot T^2}$$

$$\left[\frac{M}{L^3}\right] = [H_0^{\alpha}\, G^{\beta}]$$
$$= [T^{-\alpha-2\beta} \cdot L^{3\beta} \cdot M^{-\beta}]$$

$$-\alpha-2\beta=0$$
$$3\beta=-3 \quad \Rightarrow \quad \alpha=2$$
$$-\beta=1 \qquad\quad \beta=-1$$

$$\rho = \frac{H_0^2}{G} \sim \frac{(2{,}3\, 10^{-18})^2}{6{,}6 \cdot 10^{-11}} \sim 10^{-25} \frac{kg}{m^3}$$

ES DE SUPONER QUE EN LA DENSIDAD DEL UNIVERSO POR SU VALOR TAN PEQUEÑO.

7,0

CONSIDEREMOS ~~UN TUBO DONDE~~ QUE LAS SUSTANCIAS (AGUA U OTROS) CAEN DE FORMA CILINDRICA (PARA TENER UNA MEJOR IDEA).

PENSEMOS AHORA QUE EL AGUA AL SER DESPARRAMADA INSTANTÁNEAMENTE, EL 'RESORTEO' DEL FLUIDO ES BASTANTE TORMENTOSO SOBRE TODO SI VIENE CAYENDO DE UNA ALTURA 'CONSIDERABLE' PARA ESTE EFECTO. ENTONCES TOMARÉ EL CASO ESE QUE HAY TURBULENCIA EN EL FLUIDO Y POR LO TANTO:

$Re \sim 10^6$; CON ESTO SI PARAMETRIZAMOS? QUE EL RADIO DEL 'CILINDRO' ES 2 cm.

$$\Rightarrow 10^6 \sim \frac{V \cdot 2\,cm}{10^{-2}\frac{cm^2}{s}} \Rightarrow V \sim 5 \cdot 10^3 \frac{cm}{s} = 5 \frac{m}{s}$$

(LO CUAL ESTA VELOCIDAD NOS INDICA QUE ES BASTANTE FUERTE EL "CHORRO").

AHORA BIEN, CAMBIEMOS DE SUSTANCIA, PERO TENIENDO LOS MISMO PARÁMETROS.

PARA EL JABÓN GLICERINA LÍQUIDA, PENSEMOS QUE EL 'RESORTEO' NO ES TAN EXCESIVO, POR LO TANTO APROXIMEMOS COMO $Re \sim 10^2$ → tienes harto rango de error posible.

$$\therefore\ 10^2 \sim \frac{5 \cdot 10^3 \frac{cm}{s} \cdot 2\,cm}{\nu} \Rightarrow \nu \sim 10^2 \frac{cm^2}{s}$$

; (LO CUAL ES VALOR BASTANTE RAZONABLE SEGÚN WIKIPEDIA.)

MISMA VELOCIDAD PORQUE NO TENDRÍA SENTIDO EVALUAR CON OTRA.

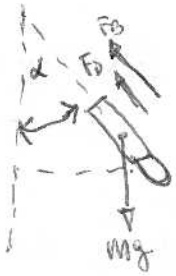
→ Según ~~...~~ mis fuentes, $\nu_{Glyc.} \sim 6 \frac{cm^2}{s}$

→ Más allá de eso, OK. (aunque el método está medio "al tanteo").

PROBLEMA 3:

- ASUMAMOS QUE LA BALA ALCANZA AL MENOS 400 m DE ALTURA.

→ ANALIZANDO EL MOVIMIENTO VERTICAL, TENEMOS QUE DESDE LA PARTE MÁS ALTA DE LA TRAYECTORIA, EL CUERPO CAE EN PRINCIPIO COMO EN CAÍDA LIBRE.



⇒ PARA ENCONTRAR LA VELOCIDAD LÍMITE USAMOS:

$$\rho_B \cdot V_B\, g = \rho_F \cdot V_B \cdot g \cdot \cos\alpha + \frac{1}{2}\rho_F \cdot \underbrace{1}_{Re \gg 1} \cdot v^2 \cdot A\cos\alpha$$

$$\frac{\rho_B \cdot V_B}{\cos\alpha\, \rho_F} = V_B \cdot g + \frac{1}{2}\cdot v^2 A.$$

$$2\left(\frac{\rho_B}{\cos\alpha\, \rho_F} - 1\right)\frac{V_B \cdot g}{A} = v^2$$

COMO $\rho_F \sim 10^{-3}\frac{g}{cm^3}$ Y PARA QUE $\cos\alpha$ AFECTE EN ORDEN DE MAGNITUD $\alpha \sim \pi/2$, LO CUAL NO PUEDE SER 'PROBABLE' DE ACUERDO AL PROBLEMA. (NO PLANEA).

⇒ PODEMOS DESPRECIAR EL $\cos\alpha$.

$$\cancel{2}\left(19\cdot 10^3\right)\cdot \cancel{0{,}5}^{1}cm \cdot 10\cdot 100\frac{cm}{s^2} \approx v^2$$

$$19\cdot 10^6\frac{cm^2}{s^2} \approx v^2$$

⇒ $v \sim 43{,}5\frac{m}{s}$

POR OTRO LADO LA ENERGÍA POTENCIAL EN LA PARTE MÁS ALTA ESTÁ DADA POR:

$$E_P = mgh \sim 28g \cdot 10 \cdot 100 \frac{cm}{s^2} \cdot 400m \cdot 100 cm \sim 28 \cdot 4 \cdot 10^7 \frac{g\,cm^2}{s^2}$$

CON ELLO PODEMOS CALCULAR LA VELOCIDAD DE SALIDA:

$$E_c = \frac{1}{2} m V_i^2 = 28 \cdot 4 \cdot 10^7 \frac{g\,cm^2}{s^2}$$

$$V_i^2 = \frac{\cancel{28} \cdot 4 \cdot 2}{\cancel{28g}} \cdot 10^7 \frac{\cancel{g}cm^2}{s^2} \sim 8 \cdot 10^7 \frac{cm^2}{s^2} \Rightarrow 90 \frac{m}{s} \sim V_i$$

LUEGO PARA RELACIONAR ESTOS DATOS, LO ÚLTIMO QUE HARÉ, SERÁ SACAR A QUÉ ALTURA LA BALA LLEGA A LA V_{0S}.

$$\Rightarrow E_{c0} = \frac{1}{2} \cdot 19 \cdot 10^6 \cdot 28 \sim 26 \cdot 10^7 \frac{g\,cm^2}{s^2}$$

$$E_{P_0} \approx E_T - E_{c0} \sim 112 \cdot 10^7 - 26 \cdot 10^7 \sim 86 \cdot 10^7 \frac{g\,cm^2}{s^2} = mgh_0.$$

$$\therefore\ h_0 = \frac{86 \cdot 10^7}{28 \cdot 10 \cdot 100} cm = 3 \cdot 10^4 cm \sim 300 m$$

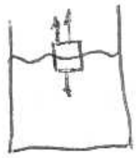
ESTA APROXIMACIÓN ES PORQUE EL COMPORTAMIENTO ES CASI LINEAL EN LA 'CAÍDA LIBRE' DE LA BALA [MOV. VERTICAL].

$\therefore$ COMO LA BALA ALCANZA V_{0S} ~ DE LOS 300m, ESTO QUIERE DECIR QUE LA TEORÍA ESTÁ ~~ERRA~~ ERRADA YA QUE NO HAY MOV. PARABÓLICO, ADEMÁS LA $V_{0S} \sim \frac{1}{2} V_i$ LO CUAL ES OTRO ARGUMENTO PARA LO PROPUESTO. BIEN.

¿QUÉ OCURRIÓ?

Ocurrió que la gente no sabe física.

$$m\ddot{x} = F_D + F_E - P$$



$$= \frac{1}{2} \cdot \overset{Re \gg 1}{1} \cdot \rho_F \cdot v^2 \cdot A + \frac{1}{2}\rho_F \cdot x \cdot A \cdot g - mg$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot v^2 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot x \cdot 1 \cdot 10 \cdot 100 - mg.$$

LADO DE CUBO: 1cm

$$= \frac{1}{2} v^2 + 500x - mg.$$

$$\Rightarrow \ddot{x} - \frac{\cancel{\dot{x}}^2}{2m} - \underbrace{\frac{500}{m}}_{\omega^2} x = mg.$$

$$\omega^2 = \frac{500}{\rho_0 \cdot V} \approx 500 \Rightarrow \omega \sim 22 \left[\frac{1}{s}\right]$$

No SUPE BIEN COMO HACERLA

Por A.D. o análisis de ec. dif (sin resolverla):

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}\frac{\rho_w}{\rho_{ICE}}} \approx 2 \frac{osc}{s}$$

ESPERO QUE ESTA VEZ SEA ORIGINAL: ¡JOJO...

→ ESTUDIO DEL MOVIMIENTO GRAVITATORIO; PARA OBTENER LA 3ª LEY DE KEPLER

LA VARIABLES y/o ctes RELEVANTES SON:

$[M_G] = M$; MASA OBJETO

$[\tau] = T$; PERÍODO

$[G] = \frac{L^3}{M \cdot T^2}$; cte DE GRAV. UNIVERSAL

$[r] = L$; DISTANCIA ENTRE OBJETOS

$[m_c] = M$; POR CONDICIONES DEL PROBLEMA FÍSICO.

$\Rightarrow$ TENEMOS 5 VAR y 3 DIM. $\Rightarrow$ 2 GRUPOS ADIM.

$$\Pi_1 = \frac{M_G}{m_c} \quad ; \quad \Pi_2 = \frac{G \cdot \tau^2 \cdot M_G}{r^3}$$

$$\Rightarrow \quad \Pi_2 = f(\Pi_1) \quad ; \quad \tau^2 = \frac{r^3}{G M_G} \cdot \underbrace{f\left(\frac{M_G}{m_c}\right)}_{\text{FUNCIÓN DESCONOCIDA.}}$$

PERO DE AQUÍ OBSERVAMOS

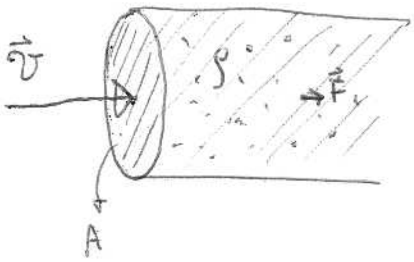
$\tau^2 \propto r^3$; 3ª LEY DE KEPLER.

¿ Muy poco? .

→ VELOCIDAD DE SONIDO EN UN GAS

LO ATRÁS

VARIABLES RELEVANTES:



$[v]$; VELOCIDAD

$[F]$; LA FUERZA CON QUE OPRIME LA PARTÍCULAS

$[\rho]$; DENSIDAD DEL GAS.

$[A]$; AREA (SECCIÓN EFICAZ).

4 VARIABLES
$-$ 3 DIM
1 GRUPO ADIM.

$$\frac{v^2 \cdot \rho}{F \cdot A} = \Pi_1 \quad ; \quad \Pi_2 = 1 \text{ ó cte}$$

$$\Rightarrow \quad \Pi_1 = \frac{v^2 \cdot \rho}{F \cdot A} = C \quad ; \quad v^2 = C\,\frac{F \cdot A}{\rho} \Rightarrow$$

$$v = \sqrt{\frac{CFA}{\rho}} = \sqrt{\frac{CP}{\rho}} \rightarrow \text{presión}$$

C ; SE PUEDE RENOMBRAR COMO EL ÍNDICE ADIABÁTICO DEL GAS.