

Tarea 5: Propiedades de los materiales

Entrega: Miércoles 19 de mayo, 11:30 horas

Lectura:

Apuntes de Sanjoy Mahajan (<http://www.inference.phy.cam.ac.uk/sanjoy/mit/>), Cap. 5 y 6.
Note que no todo el Cap. 6 será discutido en clases, pero sí será considerado materia pasada.

Instrucciones de uso:

- En lo posible, use su cabeza como única herramienta de trabajo y fuente de datos. En particular, no use calculadora, y recurra a fuentes bibliográficas sólo cuando sea estrictamente necesario (o cuando ya haya resuelto el problema). Identifique cualquier fuente bibliográfica que use (sea impresa o electrónica).
- Es aceptable, incluso recomendable, que discuta los problemas con otras personas (sus compañera/os u otras), pero debe escribir su propia solución, no copiarla.
- Escriba a mano (no Word ni LaTeX ni similar), pero con la mejor letra posible, y explique sus razonamientos. Si hace un problema de varias maneras (exitosas o no), entréguelas todas, pero expícile sus conclusiones.

Preguntas a contestar:

- ✓ 1. **Sol y lluvia:** Sabiendo la potencia recibida del Sol (0.14 W/cm^2), estime la cantidad de agua que se evapora del mar, por unidad de tiempo y de área. Compare con lo que llueve en promedio en un lugar como Santiago (estímelo si no sabe el número). Estime el tiempo en que se evaporarían completamente los océanos si no lloviera.
- ✓ 2. **Planetas rocosos:** Estime la presión en el centro de un planeta rocoso como la Tierra, como función de su radio. ¿Para qué tamaño de planeta empezaría a fallar seriamente la aproximación de densidad uniforme, aunque la composición química fuera uniforme?
3. **Física nuclear:** La interacción nuclear fuerte puede modelarse como un proceso de intercambio de “mesones π ” o “piones” (ciertas partículas cuya masa es $mc^2 \sim 100 \text{ MeV}$) entre nucleones (protones o neutrones). Al emitir o absorber un pión, se viola conservación de energía, por lo tanto se habla de “piones virtuales” que existen sólo durante un tiempo corto, compatible con el principio de incertezza.
 - ✓ a. Usando este “modelo” (o análisis dimensional), estime el alcance de la interacción.
 - ✓ b. Estime la energía cinética de un nucleón confinado en este radio y compare con la energía de interacción electrostática (Coulomb). ¿Cuál es la relevancia de esta comparación?
 - c. Compare la masa de 4 protones + 2 electrones con la masa de un núcleo de helio (o agregue 2 electrones más y compare con el átomo de helio), y obtenga la energía obtenida de la fusión del hidrógeno. Compare con los valores obtenidos

- en b, y estime cuánto hidrógeno se necesita para los requerimientos energéticos anuales de la humanidad.
- d. Estime el tiempo de vida del Sol dada su masa y su luminosidad. Aproximadamente el 75% de la masa es hidrógeno, y un 10% de esto eventualmente se fusionará para formar helio.
4. **Difusión de fotones:** La sección efectiva (área efectiva) de un electrón para dispersar fotones de baja energía ($\ll m_e c^2$) depende sólo de su masa, su carga y la velocidad de la luz (es un proceso clásico, no cuántico).
- Use análisis dimensional para estimar su valor, y verifique la condición de aplicabilidad ($\ll m_e c^2$) para el caso de fotones de luz visible.
 - Si éste fuera el principal mecanismo de dispersión (scattering) de fotones en el Sol, estime cuánto demoraría la energía generada en el centro de éste en salir a la superficie. (En la parte externa es por convección, que es mucho más rápida, pero en la parte interna es por difusión de fotones.)
- ✓ 5. Invente un problema **original** relacionado con propiedades de los materiales y **resuélvalo**, llegando a un resultado, aunque no sea muy cercano a la realidad. **Comente** si le satisface o no, y eventualmente cómo se podría mejorar.

{ ¿Qué es mejoría de elasticidad del tejido humano?
en las comparsas de los anillos de superman}

5

8

FIA 1502-1

GENESIS 2010-1

TAREA 5

NOMBRE: NARDO AGUILAR M.

FECHA: Mayo 19, 2010.

- PROF:
- A. REISENEGGER
AYUD:
- GUSTAVO MORELES

(3)
P1

P1	720
P2	615
P3	618
P4	410
P5	720

Problema 1:

POTENCIA RECIBIDA DEL SOL: $0,14 \frac{W}{cm^2}$

- PARA ESTIMAR LA CANTIDAD DE AGUA QUE SE EVAPORA DEL MAR USAREMOS EL 'CALOR LATENTE DE VAPORIZACIÓN' (DEL AGUA - ASUMO QUE ES PARECIDO QUE AGUA CONSAT).

$$C_L \sim 40.65 \frac{KJ}{mol} \quad (\text{DATO DE LA CLASE})$$

Ahora por ANÁLISIS DIMENSIONAL queremos; $[C_V] = \frac{\text{mol}}{T \cdot L^2}$ (VALOR PEDIDO)

$$[C_L] = \frac{E}{mol}; \quad [P_r] = \frac{E}{T \cdot L^2}$$

$$\Rightarrow \left[\frac{C_V \cdot C_L}{P} \right] = \frac{\text{mol}}{T \cdot L^2} \cdot \frac{E}{mol} \cdot \frac{T \cdot L^2}{E} = 1$$

$$\therefore C_V = \frac{P}{C_L} \sim \frac{0,14 \frac{W}{cm^2}}{40650 \frac{KJ}{mol}} \sim 3 \cdot 10^{-6} \frac{mol}{J \cdot cm^2}$$

Ahora bien si cubriera un TOTAL DEL AÑO ~ 30 DÍAS y
CAOS $\sim 30 \text{ cm}$ (AL TANTEO).

$$\Rightarrow \rightarrow \text{PROGRESO ANUAL SERÍA: } \frac{30 \cdot 30}{12} \sim 75 \frac{\text{cm}}{\text{AÑO}} = X$$

EN ESTE ÚLTIMO ULTRÓN PODEROSO PODEMOS REESCRIBIRLO, DE TAL FORMA DE VISUALIZARLO EN CANTIDADES DE MASA Y DENSIDAD. (CON EL FIN DE RELACIONARLO CON CV).

$$X = 75 \frac{\text{cm}^3}{\text{Año} \cdot \text{cm}^2} = \frac{75 \text{g}}{\text{Año} \cdot \text{cm}^2}$$

AHORA,

$$\text{molar} = 8 \text{ g}$$

$$\frac{10^4}{?}$$

¿ CUANTOS MOLES EQUIVALE ESTA MASA ?

$$\Leftrightarrow 1 \text{ molécula de } \text{H}_2\text{O} \sim 18 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

$$\Rightarrow X = \frac{75 \frac{\text{g}}{\text{Año} \cdot \text{cm}^2}}{18 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \sim 4 \frac{\text{mol}}{\text{Año} \cdot \text{cm}^2}$$

$$1 \text{ Año} \approx 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \sim 31536000 \text{ s.}$$

$$X = 1,2 \cdot 10^7 \frac{\text{mol}}{\text{s} \cdot \text{cm}^2}$$

$$\text{ES DECIR } \sigma = \frac{C_V}{X} = \frac{3 \cdot 10^6 \frac{\text{mol}}{\text{s} \cdot \text{cm}^2}}{1,2 \cdot 10^7 \frac{\text{mol}}{\text{s} \cdot \text{cm}^2}} \sim 2,5 \cdot 10 \sim 25 \text{ VECES}$$

LO QUE SE

EVAPORA

SI METON DICHO LO QUE LLUEVE EN SANTIAGO ES LA 25 PARTE DE LO QUE SE EVAPORA.

* MASA TOTAL DE AGUA EN LA TIERRA:

$$M_{\text{Agua}} \sim M_T \cdot 0,7 \cdot 10^{23} \rightarrow \text{FRACCIÓN EN LA TIERRA}$$

que contiene AGUA.

$$\sim 6 \cdot 10^{24} \text{ kg} \cdot 7 \cdot 10^{-4} \sim 42 \cdot 10^{20} \text{ kg} = 42 \cdot 10^{23} \text{ g.}$$

$$\sigma \text{ TAMBIÉN; } M(\text{H}_2\text{O}) = 18 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

$$C_{\text{Agua}} \sim \frac{42 \cdot 10^{23} \text{ g}}{18 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \sim 2,3 \cdot 10^{23} \text{ mol}$$

USANDO C_V , PARA ENCONTRAR EL TIEMPO

12
11

Y LA SUPERFICIE (ESTE FUE POR
TENERME (INTUICIÓN, NO SE
SI ESTA CORRECTO) → OTRA
DÍAS POR
AD.

$$t = \frac{C_{Ma_0}}{C_V \cdot A_0} \sim \frac{2.3 \cdot 10^{23} \text{ mJ}}{3 \cdot 10^6 \frac{\text{mJ}}{\text{s} \cdot \text{m}^2} \cdot 5 \cdot 10^8 \text{ m}^2} \sim \frac{2.3 \cdot 10^9 \text{ s}}{15} \sim 15 \cdot 10^9 \text{ s}$$

S MENOR

$t \sim 475$ AÑOS.

LO CUAL NO SABÍA SI E)
CORRECTO, PERO SUPONÍA QUE
ESTE VALOR GRANDE SE EXPLICA
PORQUE "NO LLEVA" → LLEVA OTRO TIPO
CONSECUENCIAS, COMO QUE SE CAUTELA MA
LA TIERRA.

III

(70)

bien.

Queremos la presión con estas unidades de $\frac{N}{m^2}$.

- LAS VARIABLES Y CONSTANTES RELEVANTES DEL PROBLEMA SON:
- P_0 : PONDERAL DEL PLANETA / RADIO
- ρ : DENSIDAD
- G : GRAVITACIÓN UNIVERSAL (Podremos tratarlos de objetos masivos).

$$\Rightarrow [P] = \frac{\text{kg} \cdot \frac{m}{s^2}}{m^2} = \frac{M}{L T^2}$$

$$[G] = \frac{L^3}{M T^2}; [R_0] = L; [\rho] = \frac{M}{L^3}$$

$$\begin{aligned} -\frac{4 \text{ VAR}}{3 \text{ DM}} &\Rightarrow \left[\frac{M}{L T^2}\right] = [4^\alpha R_0^\beta \rho^\gamma] \\ &= [M^{\alpha+1} L^{3\gamma+3\beta-3\alpha} T^{-2\gamma}] \end{aligned}$$

$$\therefore -\alpha + \gamma = 1$$

$$3\gamma + \beta - 3\alpha = -1$$

$$-2\alpha = -2 \Rightarrow \alpha = 1 \quad \beta = 2 \quad \gamma = 2$$

$$\Rightarrow P = G \cdot \rho \cdot R_0^2$$

$$\text{Si } G = 6,6 \cdot 10^1 \frac{m^3}{kg \cdot s^2} \quad y \quad \bar{\rho} = 3 \frac{g}{cm^3} \sim 3 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}; \text{ DENSIDAD DE UNA ROCA EN PROMEDIO.}$$

[FUENTE: // EARTH SCI. EDU. AU.]

ANEXO:

$$P = 6,6 \cdot 10^1 \frac{m^3}{kg \cdot s^2} \cdot 3 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3} \cdot R_0^2$$

$$P = 60 \cdot 10^5 \frac{kg}{s^2 \cdot m^2} R_0^2; \text{ PRESIÓN EN FUNCIÓN DEL RADIO.}$$

Por otra parte, podemos calcular el esfuerzo para romper los materiales:

$T \propto M \times \rightarrow$ lo que es

que se rompe.

DONDE E : Es el "índice de deformación de ruptura".

M : Momento de elasticidad.

Entonces M debe ser un valor menor que el acero y algo mayor que el vidrio, constatando también que no es uniforme (al ojo); $\mu \approx 35$ GPa.

$$\therefore T \approx 35 \cdot 10^9 \frac{N}{m^2} \cdot 10^3 \sim 35 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2}$$

Entonces la presión "crítica" o más bien el "radio crítico" según cuando $P \approx T$; es decir:

$$160 \cdot 10^3 R_0^2 \approx 35 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2} \quad \Rightarrow \frac{kg \cdot m}{s^2}$$

$R_0^2 \sim 0,8 \cdot 10^{11} \frac{N \cdot s^2}{m^2} \quad 5 \cdot 10^{10} \frac{N \cdot s^2 m^3}{kg}$

$$\Rightarrow R_0 \approx 2,2 \cdot 10^5 m$$

5

$R_0 \approx 220$ km.; radio del cual la aproximación depearía a fallar.

6/5

(6/5)

6

USANDO ANÁLISIS DIMENSIONAL:

$$[r] = L ; \text{ ALCANCE DE INTERACCIÓN}$$

② $[t_h] = J \cdot p = \frac{M L^2}{T^2} \quad [M_\pi] = M$

$$[c] = \frac{L}{T} \quad \begin{array}{l} 4 \text{ VARIABLES} \\ -3 \text{ DIM} \\ \hline 1 \text{ tiempo} \end{array}$$

$$\Rightarrow r \sim \frac{t_h}{M_\pi \cdot c} ;$$

$$\text{wégo} \quad M_\pi c^2 \sim 300 \text{ MeV} \sim 3 \cdot 10^8 \text{ eV} \sim 1,6 \cdot 10^{11} \text{ J}$$

$$y \quad M_\pi c \sim \frac{1,6 \cdot 10^{11} \text{ J}}{3 \cdot 10^8 \frac{\text{J}}{\text{s}}} \sim 0,53 \cdot 10^{-19} \frac{\text{J} \cdot \text{s}}{\text{m}}$$

$$\therefore \text{como } t_h \sim 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ s.}$$

$$\Rightarrow r \sim \frac{1,05 \cdot 10^{-34} \text{ s}}{0,53 \cdot 10^{-19} \frac{\text{J} \cdot \text{s}}{\text{m}}} \sim 2 \cdot 10^{-15} \text{ m.}$$

ALCANCE DE INTERACCIÓN.

③ Supongamos que ~~$K = \frac{p^2}{2M_p}$~~ $K = \frac{p^2}{2M_p}$

USANDO EL PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN: $\Delta P \leq t_h$.

$$"P = \frac{t_h}{r}" \quad "t_{max}"$$

$$\Rightarrow K = \frac{t_h^2}{r^2 \cdot 2M_p} \sim \frac{t_h^2 \cdot c^2}{r^2 \cdot 2M_p c^2} \quad \hookrightarrow \text{MASA DEL PROTON}$$

$$\therefore K \approx \frac{1,1 \cdot 10^{-68} \cdot 9 \cdot 10^{16}}{4 \cdot 10^{-30} \cdot 2 \cdot 938 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} \text{ J}$$

$$\approx 8 \cdot 10^3 \cdot 10^{-9} \text{ J} \sim 8 \cdot 10^{-12} \text{ J}$$

J como $1 \text{ eV} \sim 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$
 $\rightarrow 8 \cdot 10^{-12} \text{ J}$

$$K \approx 5 \cdot 10^7 \text{ eV} \sim 50 \text{ MeV}$$

Por otra parte tenemos que:

$$E = \frac{K q_1^2}{r}$$

$$\Rightarrow E_c \sim 9 \cdot 10^7 \frac{\text{N} \cdot \text{C}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{2,56 \cdot 10^{-38} \text{ C}^2}{2 \cdot 10^{-15} \text{ m}}$$

$$\sim 11 \cdot 10^{-14} \text{ J} \sim 10^{-13} \text{ J}$$

$$E_c \sim 0,6 \cdot 10^6 \text{ eV} \sim 0,6 \text{ MeV}$$

Lo cual si lo comparamos con la energía cinética es ~ 100 veces mayor. Esto implica que la fuerza nuclear tiene una mayor "importancia" que la coulombiana en este campo de estudio.

C

$$M_p \sim 938,27 \frac{\text{MeV}}{c^2}$$

$$M_e \sim 0,51 \frac{\text{MeV}}{c^2}$$

$$M_{He} \sim 3725,96 \frac{\text{MeV}}{c^2}$$

DATOS WIKIPEDIA.

$$^4M_p \sim 3757,08 \frac{\text{MeV}}{c^2}$$

$$^2M_e \sim 1,02 \frac{\text{MeV}}{c^2}$$

$$3758,1 \frac{\text{MeV}}{c^2}$$

Vemos aquí claramente que hay una diferencia de energía a lo que corresponde a la energía ligada por rotación del helio-4.

$$\Delta E_F \sim (3758,1 - 3725,96) \text{ MeV} \sim 32,14 \text{ MeV}$$

res. Energético?

$$1,3 / 1,5$$

(4)

[NO ES MUCHO DE ESTA ÁREA]; supongo que la energía total liberada por fusión se relaciona con el tiempo de vida del Sol.

⇒ LÓGICA:

M_{\odot} ; masa del Sol.

$$\Rightarrow \frac{3}{4} M_{\odot} = M_H; \text{ masa de Hidrógeno.}$$

$$\frac{M_H}{10} = M_F; \text{ masa útil para 'fusionar'}. \\ \text{Atmósfera solar}$$

$$\Rightarrow \frac{M_F}{M_{H,\text{atm}}} = C_m; \text{ Número de moléculas o nítron. Dicho} \\ \text{Atmósfera solar}$$

Si PARA LA FUSIÓN NEEESITO 4 ATOMOS:

$$\frac{C_m}{4} = C_m'.$$

⇒ $C_m' \cdot \Delta E_F \sim E_T$; energía total liberada por fusión

∴ $T = \frac{E_T}{L_0} \rightarrow$ ~~L₀~~ → ~~Universo~~. ; tiempo de vida.

Colección VALORES:

$$M_F \sim \frac{3}{4} \cdot 2 \cdot 10^{30} \text{ kg} \sim 1,5 \cdot 10^{29} \text{ kg};$$

$$C_m \sim \frac{1,5 \cdot 10^{29} \text{ kg}}{1,6 \cdot 10^{-27} \text{ kg}} \sim 10^{56} \text{ átomos de hidrógeno.}$$

$$C_{\text{ini}} \approx \frac{10^{56}}{4} \sim 2,5 \cdot 10^{55} \text{ re posiciones.}$$

$$E_T \sim 2,5 \cdot 10^{55} \cdot \underbrace{40 \cdot 10^5}_{\Delta E}^{-13} \sim 10^{44}$$

$$\tau \approx \frac{10^{44}}{3,8 \cdot 10^{26} \frac{\text{J}}{\text{s}}} \sim 0,25 \cdot 10^{18} \sim 2,5 \cdot 10^{17} \text{ s.}$$

WIMBLEDON

$$\sim 10^{10} \text{ AÑOS.}$$

Or. 1,5/1,5

(4)

e)

POR ANÁLISIS DIMENSIONAL, TENGAMOS LAS SIGUIENTES VARIABLES Y CONSTANTES RELEVANTES:

$$[T] = L^2 ; \text{ Segundo derivado}$$

$$[C] = \frac{L}{T}$$

$$[M_e] = M \quad [k] = \frac{Nm^2}{C^2} = \frac{kgh^3}{C^2 s^2} = \frac{ML^3}{T^2 C^2} ; \text{ CONSTANTE DE COORDENADAS}$$

$$[g] = C$$

5 VARIABLES

- 4 DIMENSIONES

1 GRUPO ADIMENSIONABLES

$$[T] = [L^\alpha C^\beta g^\gamma M_e^\delta]$$

$$= [M^{\frac{\alpha}{\delta}} L^{\frac{\beta}{\delta}} T^{-\frac{\gamma}{\delta}} C^{\frac{\delta}{\delta}}]$$

$$\alpha + \delta = 0$$

$$\begin{cases} 3\alpha + \beta = 2 \\ -2\alpha + \beta = 0 \end{cases} \quad \alpha = 2 \Leftrightarrow \beta = -2$$

$$-\alpha + \gamma = 0 \quad \gamma = 4 \Leftrightarrow \delta = -4$$

\Rightarrow

~~$$T = \frac{k \cdot g e^4}{C^4 \cdot M_e^2} = \frac{(9 \cdot 10^4)^2 \cdot (1,6 \cdot 10^{19})^4}{(3 \cdot 10^8)^4 \cdot (9,1 \cdot 10^{-31})^2} \sim 0,005 \cdot 10^{-22} \cdot 10^{-24} m^2$$~~

$$\sim 5 \cdot 10^{-26} m^2$$

✓

PARA LAS VISIBLES TENGAN UNA LONGITUD DE Onda VISIBLE ES:

$$\lambda \approx 550 \text{ nm} \sim 5,5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

WEEMO LA ENERGIA CORRESPONDIENTE A ESTA LONGITUD:

$$E \approx \frac{hc}{\lambda} \sim \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{5,5 \cdot 10^{-7}} \sim 4 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

5 $E \sim \frac{4 \cdot 10^{-19}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \text{ eV} \sim 2 \text{ eV}$

LO CUAL CORRESPONDE A 3 VIVOS MeC^2

VIVOS SON:

3/3

$$E \ll \text{MeC}^2$$

b) 0/3

5) ¿Cuál es el límite de elasticidad del tejido humano?
 Comparar con el ~~DE~~ Superman.

- Sabemos que en condiciones "óptimas" una persona levanta y levanta su propio peso.
 Por lo tanto si una persona pesa 1000N, la tensión máxima que resisten sus músculos sin deteriorarse es de alrededor de 1000N (sostenida por sus brazos).
 \Rightarrow CADA BRAZO soporta un peso de $\sim 500N$.
 Si el diámetro es de $\sim 7\text{cm} \sim 0,07\text{m}$.

La presión media será:

$$P \approx \frac{500\text{N}}{49 \cdot 10^{-4}\text{m}^2} \sim 10 \cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \sim 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$\Rightarrow M \cdot E \approx 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$M \sim 10^8 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \sim 0,1 \text{ GPa}$$

Por otra parte, hemos visto en películas, superhéroes levantan pesos máximos (1 tonelada) o algo similar. (por lo menos yo he visto algo más pesado).

$$\Rightarrow \text{EL PESO DEL TONELADA} \sim 5 \times \underbrace{\text{Peso de auto} \times 10}_{1\text{ton} \sim 5000\text{kg}}$$

$$\therefore P_T \sim 5 \cdot 10^4 \text{ kg}.$$

Suponemos que ~~los~~ su brazo ~~es~~ algo similar al del humano normal. (por sus dimensiones).

$$A \sim 49 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

\Rightarrow La presión ejercida será de:

$$P = \frac{25000 \text{ N}}{49 \cdot 10^4 \text{ m}^2} \sim 0,5 \cdot 10^7 \text{ Pa}$$

luego $\mu \cdot E \sim 0,5 \cdot 10^7 \text{ Pa}$

$$\mu \sim 0,5 \cdot 10^0 \text{ Pa} \sim 5,6 \text{ GPa}$$

es decir Superman tiene ~ 50 veces más "poder" (TASA-.) que el humano común y corriente.

NOTAMOS TAMBIÉN SEGÚN WIKIPEDIA QUE EL MÓDULO DE ELASTICIDAD PARA EL HIELO ES DEL ORDEN DE $1 \sim 5,6 \text{ GPa}$, LO QUE SIGNIFICA QUE SUPERMAN TIENE BRAZOS COMO DE "HIELO" Y NO DE HIERRO DONDE SE "PODERÍA" PENSAR.

NOTABLE...